Wir werfen einen fairen, sechsseitigen Würfel 4 mal. Sei X die Summe der Augen der vier Würfe, dann ist X binomial verteilt.

FALSE

what would p be? what would it stand for?

$$f_X(x) = \mathbb{P}[X = x] = \begin{cases} \binom{n}{x} \underbrace{p^x (1-p)^{4-x}} & x \in \{0, 1, \dots, 4\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Wir betrachten den Laplaceraum mit $\Omega = \{1, 2, \ldots, 10\}$. Seien $A = \{2, 3, 5, 7\}$ und $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Ereignisse passieren?

$$\mathbb{P}[A \cap B] = \frac{|A \cap B|}{|\Omega|} = \frac{|\{2, 3, 5\}|}{10} = \boxed{0.3}$$

Laplace

Drei Ereignisse A, B, C heissen unabhängig genau dann wenn $Pr[A \cap B \cap C] = Pr[A] \cdot Pr[B] \cdot Pr[C]$.

FALSE

siehe Def. 2.22

$$Pr[A \cap B] = Pr[A] \cdot Pr[B]$$

$$Pr[A \cap C] = Pr[A] \cdot Pr[C]$$

$$Pr[B \cap C] = Pr[B] \cdot Pr[C]$$

müsste <u>zusätzlich</u> noch gelten.

Seien A, B, C unabhängige Ereignisse mit $\Pr[A \cap B \cap C] > 0$. Welche der folgenden Gleichungen sind immer wahr?

$$\Pr[A] + \Pr[B] \leq \Pr[A \cup B]$$ ✗

$$\Pr[A|B \cap C] = \Pr[A|B \cup C]$$ ✓

$$\Pr[(A \cup B) \cap C] = (\Pr[A] + \Pr[B]) \cdot \Pr[C]$$ ✗

$$\Pr[A \cap B] = \Pr[A] \cdot \Pr[B]$$ ✓

$\Pr[A] + \Pr[B] \leq \Pr[A \cup B]$

$\Pr[A] = 1$ and $B \subseteq A$

$$\Pr[A] \cdot \Pr[B] = \Pr[B] = \Pr[A \cap B]$$

but $\Pr[A] + \Pr[B] \geq 1$.

$\Pr[A|B \cap C] = \Pr[A|B \cup C]$

$$\Pr[A \mid B \cap C] = \frac{\Pr[A \cap B \cap C]}{\Pr[B \cap C]} = \frac{\Pr[A] \cdot \Pr[B] \cdot \Pr[C]}{\Pr[B] \cdot \Pr[C]}$$

$$= \Pr[A]$$

$$\Pr[A \mid B \cup C] = \frac{\Pr[A \cap (B \cup C)]}{\Pr[B \cup C]} \overset{(*)}{=} \Pr[A]$$

$$\left.\begin{aligned}\Pr[A \cap (B \cup C)] &= \Pr[(A \cap B) \cup (A \cap C)] \\ &= \Pr[A \cap B] + \Pr[A \cap C] - \Pr[A \cap B \cap C] \\ &= \Pr[A] \cdot (\Pr[B] + \Pr[C] - \Pr[B \cap C]) \\ &= \Pr[A] \cdot \Pr[B \cup C] \quad (*)\end{aligned}\right\} \text{Lemma } 2.24$$

$\Pr[(A \cup B) \cap C] = (\Pr[A] + \Pr[B]) \cdot \Pr[C]$

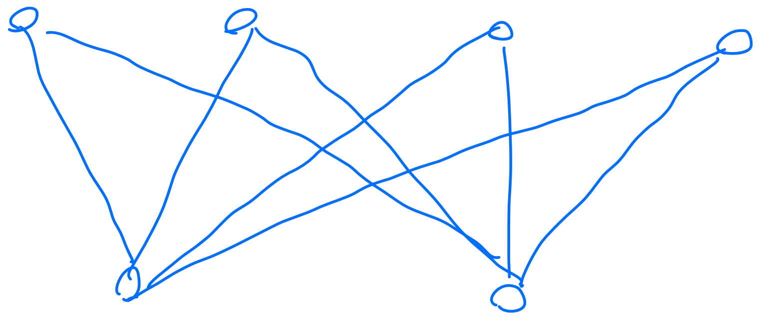
$$\Pr[(A \cup B) \cap C] \overset{\text{Lem } 2.24}{=} \Pr[A \cup B] \cdot \Pr[C] = (\Pr[A] + \Pr[B] - \Pr[A \cap B]) \Pr[C]$$

(even though independent) !! must not be empty! see first option!

Angenommen, G ist ein Graph, der eine Eulertour enthält, und die Anzahl Knoten von G ist gerade. Dann enthält G ein perfektes Matching.

FALSE

counterexample



Seien A, B, C drei Ereignisse in einem Wahrscheinlichkeitsraum mit $Pr[A], Pr[B], Pr[C] > 0$.

Falls $\Pr[A \cap B] = Pr[A] \cdot Pr[B]$, dann sind A und B unabhängig.

✓ (Def.)

Falls A, B, C unabhängig sind, dann gilt $Pr[A \cap (B \cup C)] = Pr[A] \cdot Pr[B \cup C]$

✓ (Lemma 2.24)

Falls $Pr[A \cup B] = \Pr[A] + \Pr[B]$, dann $Pr[A \cap B] = 0$.

✓ (Siebformel)

Falls $Pr[A] \leq Pr[B]$, dann $Pr[A \cup C] \leq Pr[B \cup C]$.

✗

$B = C$, $A \cap B = \emptyset$

$Pr[A \cup C] > Pr[B]$

$= Pr[B \cup C]$

Seien X und Y unabhängige Zufallsvariablen. Dann gilt $\mathbb{E}[\max(X, Y)] = \max(\mathbb{E}[X], \mathbb{E}[Y])$.

FALSE

Flip fair coin, person A bets on heads, person B on tails. Winner gets 100 CHF.

X : CHF A wins

Y : CHF B wins

$\mathbb{E}[\max(X,Y)] = 100$ CHF but $\mathbb{E}[Y] = \mathbb{E}[X] = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 100 = 50$

and therefore $\max(\mathbb{E}[Y], \mathbb{E}[X]) = 50$.

Wir betrachten folgendes Zufallsexperiment: Wir werfen zunächst einen 6-seitigen Würfel und danach eine Münze. Dieses Zufallsexperiment lässt sich mit der Ergebnismenge $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, K, Z\}$ beschreiben.

FALSE

Betrachten Sie das Coupon-Collector-Problem mit nur zwei verschiedenen Coupons ($n = 2$). Die erwartete Anzahl Runden bis wir beide Coupons gesammelt haben ist 3.

TRUE

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{i=1}^{2} \mathbb{E}[X_i] = \frac{2}{2} + \frac{2}{2-1} = 3.$$

Sei $\Omega = \{-3, -2, 0, 2, 3\}$ ein Laplaceraum und sei ω ein (zufälliges) Elementarereignis in Ω. Berechnen Sie $\mathbb{E}[|\omega|]$.

$$\mathbb{E}[|\omega|] = \sum_{x \in \{0,2,3\}} x \cdot \Pr(|\omega| = x) = 0 \cdot \frac{1}{5} + 2 \cdot \frac{2}{5} + 3 \cdot \frac{2}{5}$$

$$= \frac{10}{5} = 2 .$$

Seien $X_1 \sim \mathrm{Bin}(n, p)$ und $X_2 \sim \mathrm{Bin}(n, p)$ zwei unabhängige binomielle Zufallsvariablen. Welche der folgenden Aussagen trifft zu?

- $X_1 + X_2 \sim \mathrm{Bin}(2n, 2p)$.
- $X_1 + X_2 \sim \mathrm{Bin}(n, 2p)$.
- $X_1 + X_2 \sim \mathrm{Bin}(n, p)$.
- $X_1 + X_2 \sim \mathrm{Bin}(2n, p)$.
- $X_1 + X_2$ ist nicht notwendigerweise Binomialverteilt.

$$f_{X_1}(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & x \in \{0,1,\dots n\} \\ 0 & \end{cases}$$

$$f_{X_2}(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & x \in \{0,1,\dots n\} \\ 0 & \end{cases}$$

$$f_{(X_1+X_2)}(x) = \begin{cases} \binom{2n}{x} p^x (1-p)^{2n-x} & x \in \{0,1,\dots,2n\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

n mal Münze werfen bei X_1, X_2

$\Longrightarrow$ bis zu 2n mal Kopf!

immer noch mit Wsht. p pro Wurf...

Sie nehmen an einer Quizshow mit 'Ja/Nein'-Fragen teil und wissen, dass die Fragen zufällig ausgewählt werden und Sie mit Wahrscheinlichkeit p die Antwort wissen (und die Frage korrekt beantworten). Falls Sie die Antwort nicht wissen, wählen Sie eine der Antworten (uniform) zufällig aus. Wie hoch (in Abhängigkeit von p) ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie die korrekte Antwort auf eine zufällige Quizfrage geben?

B = " correct answer "

A_1 = " know the answer "

A_2 = " don't know the answer "

$$\Pr[B] = \Pr[B \mid A_1] + \Pr[B \mid A_2] = \boxed{1 \cdot p + \tfrac{1}{2} \cdot (1-p)}$$

Satz der tot. Wskt.