Lemma 2.24

$$\Pr[(A \cup B) \cap C] = \Pr[(A \wedge C) \cup (B \wedge C)]$$

$$= \Pr[A \wedge C] + \Pr[B \wedge C] - \Pr[A \wedge B \wedge C]$$

$$= \Pr[C] \cdot \left(\Pr[A] + \Pr[B] - \Pr[A \wedge B] \right)$$

$$= \Pr[C] \cdot \Pr[A \vee B] .$$

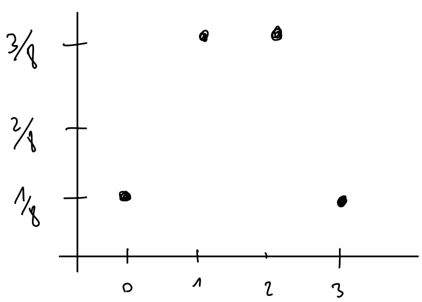
$\square$

Wir werfen eine ideale Münze dreimal. Die Zufallsvariable Y bezeichne die Gesamtanzahl der Würfe mit Ergebnis "Kopf".

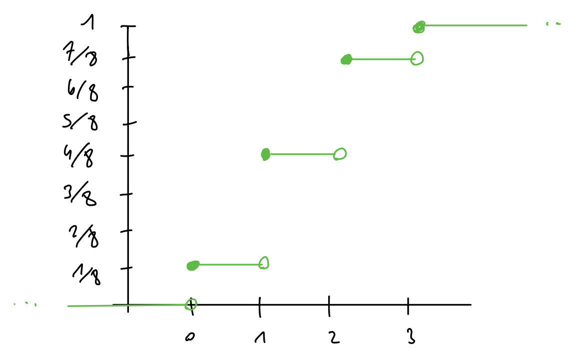
Q: Was ist die Dichtefunktion f_Y von Y?

Q: Was ist die Verteilungsfunktion F_Y von Y?

$$
\begin{aligned}
\Pr[Y=0] &= \Pr[ZZZ] = \frac{1}{8}, \\
\Pr[Y=1] &= \Pr[KZZ] + \Pr[ZKZ] + \Pr[ZZK] = \frac{3}{8}, \\
\Pr[Y=2] &= \Pr[KKZ] + \Pr[KZK] + \Pr[ZKK] = \frac{3}{8}, \\
\Pr[Y=3] &= \Pr[KKK] = \frac{1}{8}.
\end{aligned}
$$



f_Y



Thm. 2.33 (Lin. of $\mathbb{E}$)

$X = a_1 X_1 + a_2 X_2 + b$

$$\mathbb{E}(X] = \sum_{\omega \in \Omega} X(\omega) \Pr[\omega]$$

$$= \sum_{\omega \in \Omega} (a_1 X_1(\omega) + a_2 X_2(\omega) + b) \Pr[\omega]$$

$$= a_1 \sum_{\omega \in \Omega} X_1(\omega) \Pr[\omega] + a_2 \sum_{\omega \in \Omega} X_2(\omega) \Pr[\omega]$$

$$+ b \underbrace{\sum_{\omega \in \Omega} \Pr[\omega]}_{=1}$$

$$= a_1 \mathbb{E}[X_1] + a_2 \mathbb{E}[X_2] + b$$