Familie X hat zwei Kinder

$\Omega = \{mm, mw, wm, ww\}$

1.Stelle: Geschlecht des älteren Kindes,
2.Stelle: Geschlecht des jüngeren Kindes

Pr[„beide Kinder sind Mädchen“] (w,w) = 1/4

(w,m), (m,w), (w,w) Pr[„beide Kinder sind Mädchen“ | „ein Kind ist Mädchen“] = 1/3

(m,w), (w,w) Pr[„beide Kinder sind Mädchen“ | „älteres Kind ist Mädchen“] = 1/2

Beispiel 1.30. Eine Urne enthält gleich viele gewöhnliche wie gezinkte Würfel. Bei den gezinkten Würfeln ist die 6 durch eine 7 ersetzt. Man zieht zufällig einen Würfel und würfelt damit.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die gewürfelte Zahl gerade ist?

Sei $Z = \{\text{gezogener Würfel ist gezinkt}\}$ und
$G = \{\text{gewürfelte Zahl ist gerade}\}$. Dann ist $\mathbb{P}[Z] = \mathbb{P}[Z^\complement] = \frac{1}{2}$ und

$$\mathbb{P}[G \mid Z] = \frac{|\{2,4\}|}{|\{1,2,3,4,5,7\}|} = \frac{1}{3}\,.$$

Mit dem Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit erhalten wir also

$$\begin{aligned}\mathbb{P}[G] &= \mathbb{P}[G \mid Z]\,\mathbb{P}[Z] + \mathbb{P}[G \mid Z^\complement]\,\mathbb{P}[Z^\complement] \\ &= \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{5}{12}\,.\end{aligned}$$