Seien X, Y unabhängige Zufallsvariablen mit $Var(X) = 2$ und $Var(Y) = 4$.

Berechnen Sie $Var(X - Y)$.

$$Var(X + (-1)Y) \overset{2.62}{=} Var(X) + Var((-1)Y)$$

$$\overset{2.41}{=} Var(X) + (-1)^2 \, Var(Y)$$

$$= 2 + 4 = 6.$$

Wir betrachten eine Variante des Target Shooting Algorithmus, den wir in der Vorlesung gesehen haben. Bitte beachten Sie, dass es sich nicht um genau den gleichen Algorithmus handelt. Wir gehen, wie in der Vorlesung davon aus, dass es eine unbekannte Menge S gibt, die Teilmenge einer bekannten Menge U ist. Ausserdem können wir Elemente $u \in U$ uniform zufällig auswählen und überprüfen, ob $u \in S$.

Angenommen, wir wählen so oft zufällige Elemente $u \in U$ aus, bis wir insgesamt 100 Elemente gesehen haben, die $u \in S$ erfüllen. Sei X die Anzahl an Elementen, die wir auswählen müssen, bis das zutrifft.

- X ist geometrisch verteilt. ✗
- Falls $|S| = |U|$, dann $X = 100$. ✓
- (*) $\mathbb{E}[X] = 100|U|/|S|$. ✓
- Falls $X = 100$, dann $|S| = |U|$. ✗

(*) $X = \sum_{i=1}^{100} X_i$, $X_i \sim Geo\left(\frac{|S|}{|U|}\right)$, $\mathbb{E}[X_i] = \frac{|U|}{|S|}$ ...

Ein einfacher Algorithmus zum Finden des kleinsten umschliessenden Kreises einer Punktemenge P iteriert durch alle Tripel $Q \in \binom{P}{3}$. Ein einfacher Trick um die Laufzeit dieses Algorithmus zu verkürzen, ist es, die Tripel $Q \in \binom{P}{3}$ wiederholt uniform zufällig auszuwählen (ohne P zu verändern) bis der Umkreis gefunden ist.

wrong! double points...

✗ FALSE

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus (Fermat-Primzahltest)

Wähle $a \in [n-1]$ zufällig gleichverteilt

if $\mathrm{ggT}(a,n) > 1$ oder $a^{n-1} \not\equiv 1 \pmod{n}$ **then**

    return 'keine Primzahl'

else

    return 'Primzahl'

(1)

$ggT(a,n) = d > 1$

$n = dx \quad \ldots$

Die Ausgabe 'keine Primzahl' ist immer richtig ✓

Die Ausgabe 'Primzahl' ist immer richtig ✗

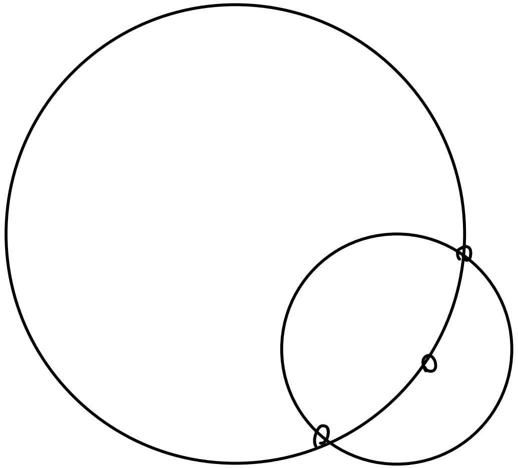
(2)

$a^{n-1} \equiv_n x$

(siehe DiskMath)

Sei $P = \{p_1, p_2, p_3\}$ eine Menge von drei Punkten in der Ebene in allgemeiner Lage. Der kleinste umschliessende Kreis von P ist der eindeutige Kreis, der alle drei Punkte auf seinem Rand hat.

× FALSE



Seien A, B, C drei Ereignisse in einem Wahrscheinlichkeitsraum mit $Pr[A], Pr[B], Pr[C] > 0$.

Siebformel

Falls $Pr[A \cup B] = \Pr[A] + \Pr[B]$, dann $Pr[A \cap B] = 0$. ✓

Lemma 2.24

Falls A, B, C unabhängig sind, dann gilt $Pr[A \cap (B \cup C)] = Pr[A] \cdot Pr[B \cup C]$. ✓

Def.

Falls $\Pr[A \cap B] = Pr[A] \cdot Pr[B]$, dann sind A und B unabhängig. ✓

$B = C$ ..

Falls $Pr[A] \leq Pr[B]$, dann $Pr[A \cup C] \leq Pr[B \cup C]$. ✗

Für jede endliche Punktemenge P gilt, dass $x \in \operatorname{conv}(P)$ für alle $x \in P$.

✓ TRUE

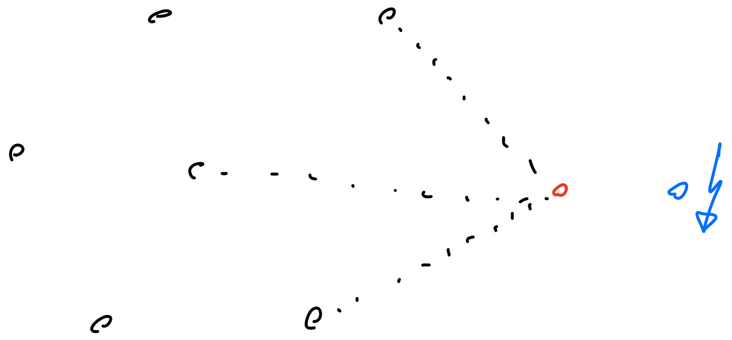
Sei P eine endiche Punktemenge in allgemeiner Lage mit $|P| = n$. Dann ist es möglich in $O(n)$ Zeit zu prüfen, ob $\text{conv}(P)$ ein Dreieck ist.

✓ TRUE

Satz 3.37 mit $h = 3$ $\Rightarrow$ $O(n \cdot 3) = O(n)$.

Sei P eine endliche Menge von Punkten in allgemeiner Lage und sei p der Punkt mit der grössten x-Koordinate. Dann ist p eine Ecke der konvexen Hülle von P.

✓ TRUE



Betrachten Sie einen Graph $G = (V, E)$ mit $|V| = n$ Knoten und eine k-(Knoten)-Färbung $c : V \to [k]$, wobei $k = \lceil \log n \rceil$.

Welche der folgenden Definitionen kann benutzt werden, um mittels DP in polynomieller Zeit (in n) zu entscheiden, ob G einen bunten Pfad mit k Knoten enthält?

$C_i(v) :=$ { Farbfolgen c $\in [k]^i$ so dass $\exists$ ein Pfad mit i Knoten beginnend bei v mit Farben $c_1, c_2, \ldots$ }

$A_i(v) := \{S \in \binom{[k]}{i}$: $\exists$ ein Pfad mit i Knoten und Endknoten v, der alle Farben von S genau einmal verwendet$\}$

$B_i(v) :=$ {alle bunten Pfade mit i Knoten und v als Endknoten}